

## 2.5 Substitution

Om man förvissat sig om att man inte kan lösa ekvationen med någon av ovanstående metoder, återstår endast olika substitutioner. Exempel på substitutioner finns i Tabell 2.1

Uttryck	Åtgärd
(I) $y' = f(y/x)$	Substitution $z = y/x, y = zx; y' = z + z'x$ leder till ett separabelt uttryck.
(II) $xy' - y = f(x)g(y/x)$	
(III) $xy' + y = f(x)g(xy)$	Substitution $z = xy, z' = xy' + y$ ger ett separabelt uttryck.
(IV) $y' = f(ax + by)$	Substitution $z = ax + by, y' = \frac{1}{b}z' - \frac{a}{b}$ ger en separabel ekvation i $z$ .
(V) $y' + yf(x) = y^a g(x)$ $a \neq 0, 1$ (Bernoullis ekvation)	Skriv om till $y^{-a}y' + y^{1-a}f(x) = g(x)$ och substituera $z = y^{1-a}, z' = (1-a)y^{-a}y'$ . Detta ger den linjära ekvationen $z' + (1-a)f(x)z = (1-a)g(x)$
(VI) $y' = g\left(\frac{ax + by + c}{dx + ey + f}\right)$ $c, f \neq 0, a/b \neq d/e$	Genom följande substitution fås ett uttryck av typ (I): Substituera $x, y$ mot $u, v$ , genom $x = u + p, y = v + q, \frac{dy}{dx} = \frac{dv}{du}$ där $p, q$ ges av $\begin{cases} ap + bq + c = 0 \\ dp + eq + f = 0 \end{cases}$
Uttryck innehållande $\sin y, \cos y$ .	Pröva att substituera $z = \sin y$ respektive $z = \cos y$

**Tabell 2.1** Olika substitutioner. Notera att substitutionerna bara är exempel. Generellt gäller att man försöker skriva om uttrycket där man ser någon form av mönster eller förenkling, så att en separabel eller linjär ekvation kan bildas. Bra är exempelvis om alla förekomster av  $y$  och  $x$ , eller åtminstone  $y$ , kan samlas i en funktion av en variabel.