

3.1 Bestämning av konvergens och divergens

Det viktigaste vad gäller serier är att kunna avgöra om den konvergerar mot något ändligt tal eller om den divergerar. Att bestämma talet som den eventuellt konvergerar mot är faktiskt underordnat. Detta beror på att det är svårt för en dator att kunna avgöra konvergens, vet man däremot att serien konvergerar kan man alltid låta en dator beräkna gränsvärdet.

I Tabellerna 3.1-3.4 finns de viktigaste testen för att avgöra konvergens.

Förutsättningar	Konvergens	Divergens
(1) $s_n = \sum_{k=1}^n a_k$	$\sum_{k=m}^{\infty} a_k$ konv \Leftrightarrow $(s_n)_1^{\infty}$ konv	$\sum_{k=m}^{\infty} a_k$ div \Leftrightarrow $(s_n)_1^{\infty}$ div
(2) $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$	konv \Leftrightarrow $\exists m \geq 1$: $\sum_{k=m}^{\infty} a_k$ konv	div \Leftrightarrow $\exists m \geq 1$: $\sum_{k=m}^{\infty} a_k$ div
(3) $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k \neq 0$ $a_k \in \mathbf{C}$, (gäller förstås även reella termer)	–	$\sum_{k=1}^n a_k$ div
(4) $\sum_{k=0}^{\infty} z^k$, $z \in \mathbf{C}$	konv mot $\frac{1}{1-z}$ om $ z < 1$	div om $ z \geq 1$
(5) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^a}$ och $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k(\ln k)^a}$	konv $\Leftrightarrow a > 1$	div $\Leftrightarrow a \leq 1$

Tabell 3.1 Speciella serier och omständigheter som man bör kunna extra bra.